EQUAZIONE DI SECONDO GRADO

Sia data un'equazione di secondo grado a coefficienti reali:

$$ax^2 + bx + c = 0 \tag{1}$$

se la quantità

$$\Delta = b^2 - 4ac \geq 0 \tag{2}$$

è positiva o nulla, allora esistono due valori di x per i quali è soddisfatta l'equazione data. Tali valori si determinano con le seguenti espressioni:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{3}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{4}$$

nel caso in cui sia

$$\Delta = 0 \qquad (4)$$

allora le soluzioni sono reali e coincidenti:

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} \tag{5}$$

Come si ricavano le espressioni risolutive dell'equazione di secondo grado? L'operazione è abbastanza semplice, riscriviamo l'equazione (1) nella forma:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \tag{6}$$

Consideriamo l'espressione del quadrato di un binomio:

$$(x + \alpha)^2 = x^2 + 2\alpha x + \alpha^2$$

se poniamo

$$2\alpha = \frac{b}{a}$$

cioè

$$\alpha = \frac{b}{2a}$$

si ha

$$\alpha^2 = \frac{b^2}{4a^2}$$

possiamo allora scrivere la (6) nel seguente modo:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}=0 \tag{7}$$

raggruppando i primi tre termini della (7) si ottiene:

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}=0$$

Ovvero

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a} \tag{8}$$

mettendo a denominatore comune il secondo membro della (8) si ha

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2} \tag{9}$$

se la quantità

$$\Delta=b^2-4ac \tag{10}$$

è positiva o nulla allora si può estrarre la radice quadrata ad ambo i membri della (9) che diventa

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

e ricavando la *x* si ha

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

o meglio

$$x_{1/2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

che è la formula cercata.